2013학년도 수시 1차 논술고사

자연계열 논술문제

지원학과 :	수험번호 :	성명 :

[제시문 1]은 <문제 1>, <문제 2>에 해당하며, [제시문 2]는 <문제 3>, <문제 4>, <문제 5>에 해당합니다. 각 제시문은 일반적인 과학, 수학적 원리를 담고 있습니다. 제시문을 잘 읽고 그 내용에 근거하여 수식과 논리를 명확히 전개하여 답하시오.

[제시문 1]

(가) 차가운 물에 뜨거운 물체를 넣으면 물의 온도가 상승한다. 또한 맑은 물에 짙은 색의 색소를 떨어뜨리면 색소가 물 전체로 고르게 퍼져나간다. 우리를 둘러싼 일상에서 흔하게 관찰되는 이러한 현상은 열이나 분자가 이동하기 때문에 일어난다. 열은 그 준위가 높은 곳에서 낮은 곳으로 이동하고, 분자는 그 농도가 높은 곳에서 낮은 곳으로 이동한다. 이때 높은 곳과 낮은 곳 사이의 준위나 농도 차이가 클수록 열이나 분자가 더 빠른 속도로 이동하게 되고, 이동하는 거리가 늘어날수록 더 많은 시간이 소요된다. 절대온도 이상에서 분자는 무작위적인 운동을 하고 독립적으로 어느 방향으로든 이동할 수 있는데, '확산'은 이러한 특성을 가진 분자가 방향성을 가지고 이동하는 것으로 정의된다.

확산현상은 기체나 수용액 안의 두 지점 사이에서 특정 물질의 농도 차이가 나는 경우에 일어난다. 물질 분자 간 충돌 횟수는 농도가 높은 지역에서 상대적으로 빈번히 발생하며, 확산에 의하여 분자가 이동함으로써 전체 기체나 수용액 안에서 지점에 관계없이 일정하게 된다. 이러한 확산은 폐호흡 과정에서의 가스 교환, 직물 염색 등에 적용되는 원리이다.

분자가 확산에 의하여 이동하는 현상을 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$J = -D\frac{dC}{dx}$$

J는 물질흐름속도로서 단위면적당 주어진 시간동안 확산물질이 이동한 정도를 나타낸다. D는 확산계수로서 온도, 분자량, 확산매개체 성질 등의 확산 조건에 따라서 확산물질이 고유하게 가지는 값이다. C는 확산물질의 농도를 나타내고 x는 확산거리를 나타내므로 $\frac{dC}{dx}$는 확산거리에 따른 확산물질의 농도변화값, 즉 농도기울기이다. 따라서 확산에 의한 물질흐름속도는 농도기울기와 확산계수에 의하여 결정되는 값이다.

순확산은 서로 반대 방향으로 일어나는 물질의 이동 결과로 정의된다. 만약 A지역에서 B지역으로 10개의 분자가 이동하고 B지역에서 A지역으로 2개의 분자가 이동한다면, 순확산은 A지역에서 B지역으로 8개만큼의 분자가 이동한 것이다. 물질의 확산은 특정한 물질이 지역에 관계없이 골고루 분포하여 농도기울기가 더 이상 존재하지 않을 때까지 계속 일어난다. A지역에서 B지역으로의 분자 이동이 반대방향으로의 이동과 같아지는 상태를 '안정상태' 또는 '평형'이라고 한다. 이러한 확산 현상은 두 지역 간의 경계가 있는 조건이나 없는 조건 모두에서 일어나고, 경계면의 특성에 따라 영향을 받는다. 순수한 물 위에 단백질 용액을 조심스럽게 놓으면 물의 각 지점의 위치에 따른 단백질 농도기울기가 형성되어서 단백질 층의 단백질 분자는 단백질 농도가 낮은 순수한 물 쪽으로 이동한다. 단백질 분자의 확산은 계속 일어나서 물 안에서 단백질의 농도가 지점에 관계없이 일정하게 되는 평형상태를 이루게 된다.

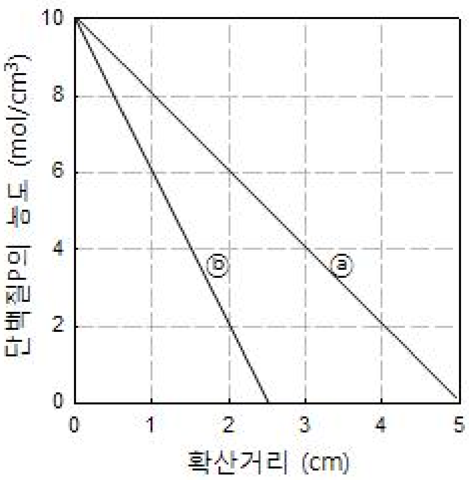
(나) 물질의 확산 현상은 정교하게 조직되어 있는 생물체 내에서도 발견된다. 생물에서 물질대사 과정을 통해 축적된 생체에너지를 이용하여 유도하는 반응을 능동적 현상이라고 정의한다. 반면, 확산과 같이 물질의 물리적, 화학적 상태에 의해 자발적으로 유도되는 반응을 수동적 현상이라고 정의한다. 확산은 수동적 현상의 한 가지로서 생물이 생명현상을 유지하는데 중요하게 이용되는 원리이다. 세포는 특정 물질의 종류와 양에 반응하여 다양한 형태의 생명활동을 수행하는데, 이들 생명활동을 조절하는 물질은 능동적 현상이나 확산을 이용한 수동적 현상에 의하여 생물조직과 세포에서 이동한다. 세포는 이들 물질의 종류와 양에 특이적으로 반응하여 특정 유전자군을 활성화시킨다.

한편, 조직 수준과 세포 수준에서의 확산 속도를 비교해보면 세포 수준에서 훨씬 빨리 진행된다. 이는 세포와 세포사이에 존재하는 세포사이액의 조성, 세포에서 분비된 세포외기질 등이 물질의 확산에 영향을 미치기 때문으로 설명되고 있다. 실질적으로 배아에서 분자량이 유사한 두 형태형성인자의 확산속도가 팔다리가 형성되는 부위와 피부가 분화되는 부위에서 서로 다르다는 것이 실험으로 입증되었다.

생물체의 배아에서 기관이 형성될 때 이용되는 형태형성유도인자는 확산에 의하여 이동하고, 배아의 세포들은 형태형성유도인자의 농도에 따라 특정 조직과 기관으로 분화된다. 배아에서 등 쪽이 될 부위로부터 분비되는 형태형성유도인자와 배 쪽이 될 부위로부터 분비되는 형태형성유도인자는 서로 상대 쪽으로 확산되어 퍼져 나간다. 등 쪽이 될 부위와 배 쪽이 될

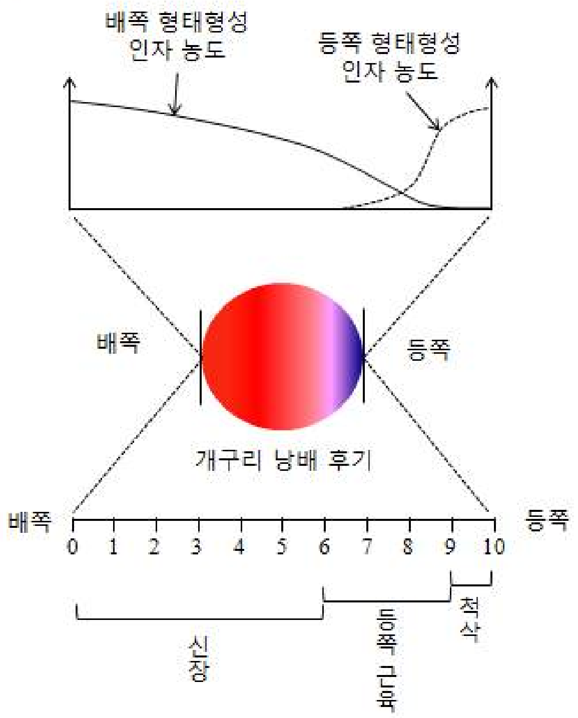
부위 사이에 위치한 세포는 확산을 통하여 이동한 각 부위의 형태형성유도인자의 농도 조성에 따라 자기 위치에 맞는 특정 조직과 기관을 형성한다. 수용액에서 관찰되는 확산을 통한 평형상태 유지 현상과는 달리, 배아의 형태형성과정 중에 관찰되는 확산은 확산 속도에 영향을 미치는 생체 내 요인에 따라 특정위치에서 형태형성인자의 농도 조성을 결정하는 특징이 있다.

<문제 1> 순수한 물에서 단백질P가 확산에 의하여 이동하는 상황을 생각해보자. 서로 다른 ⓐ와 ⓑ의 두 가지 경우에서 단백질P의 확산거리와 이에 따른 농도값의 관계가 그림과 같이 각각 주어졌다. ⓐ의 경우 물질흐름속도는 10 $mol/초 \cdot cm^2$ 이다. 주어진 조건에서 제시문을 근거로 하여 ⓐ의 경우에서 단백질P의 확산계수를 구하시오. 단백질P의 확산계수가 일정하다고 가정하고, 이를 이용하여 ⓑ의 경우에서 물질흐름속도를 구하시오.

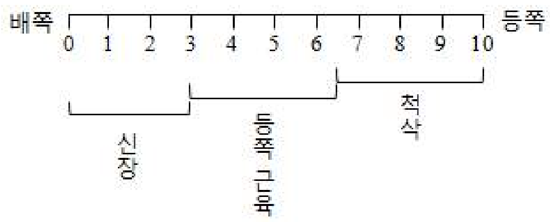


<문제 2> 다음 그림은 배아 발생과정 중의 형태형성 원리를 나타낸 것이다. (A)는 개구리 낭배 후기 배아에서 등 쪽이 될 부위로부터 분비되는 형태형성인자와 배 쪽이 될 부위로부터 분비되는 형태형성인자의 농도와 형성되는 기관을 나타낸 것이다. 형태형성 단계의 개구리 배아를 어떤 조건에서 배양하여 (B)와 같은 결과를 얻었다. 그림 (A)와 다른 결과가 나온 원인을 제시문 (가), (나)의 내용을 이용하여 논술하시오.

(A)

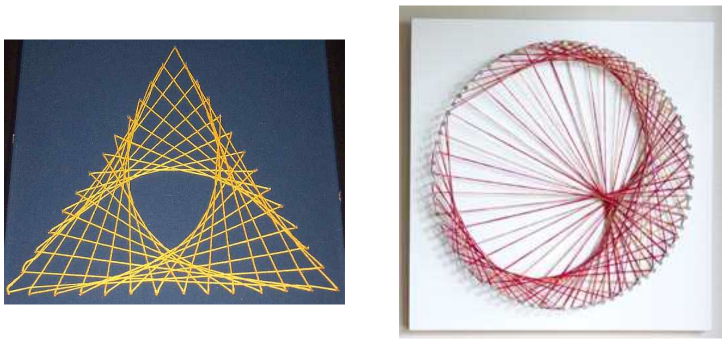


(B)



[제시문 2]

몇 개의 직선이나 곡선 위에 간격을 두고 못을 박고 실을 팽팽하게 연결하여 다양한 곡선 형태를 시각적으로 나타나게 할 수 있다. <그림 1>은 이런 방법으로 만든 공예 작품의 예이다.
아름답게 보이는 이 공예 작품에는 수학적인 원리가 숨어 있다. 평면에 특정한 규칙을 따라 많은 직선 또는 선분을 그리면 그 직선들이 만드는 영역이 생기게 되는데, 흥미롭게도 그 영역의 경계가 곡선이 되는 경우가 있다. 기하학적으로 설명하자면 경계를 이루는 곡선은 평면에 그려진 직선들과 접하는 성질을 갖고 있다.
이와 같은 원리를 생각하고 <그림 1>의 공예 작품을 다시 보면, 구성된 실들에 접하는 곡선이 시각적으로 보이는 것을 알 수 있다.



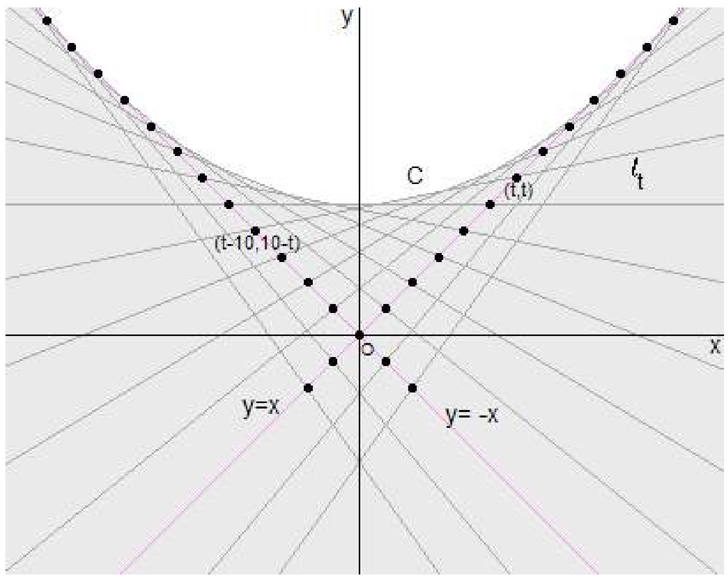
<그림 1>

다음의 (가), (나)는 위의 원리에 의하여 시각적으로 나타나는 곡선의 식을 구하는 과정을 예를 들어 설명하고 있다.

(가) t가 실수일 때, xy평면 위의 두 점 (t, t)와 $(t-10, 10-t)$를 연결하는 직선 l_t의 방정식은

$$l_t:\ y=\frac{t-5}{5}x+\frac{10t-t^2}{5}$$

이다. <그림 2>는 $t=-2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots, 12$에 대하여 직선 l_t를 그린 것이다. 직선 l_t를 모든 실수 t에 대하여 그리면 이 직선들로 이루어지는 영역이 생기고, 이 영역의 경계가 곡선 모양으로 나타난다. 이 곡선을 C라고 하자.



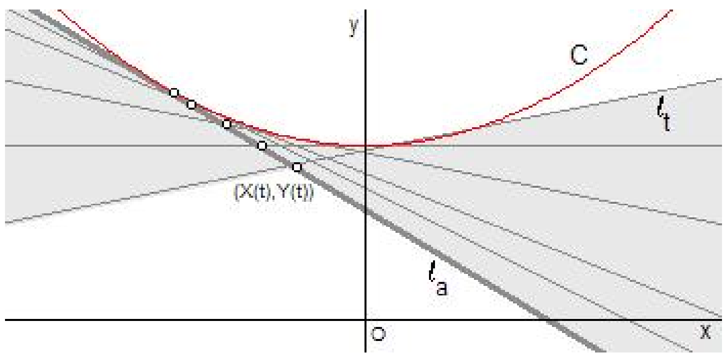
<그림 2>

곡선 C가 주어진 모든 직선 l_t에 접한다는 성질을 이용하여 곡선 C의 식을 찾아보자.

<그림 3>에서와 같이 각 실수 a에 대하여 직선

$$l_a:\ y=\frac{a-5}{5}x+\frac{10a-a^2}{5}$$

과 $t\neq a$인 실수 t에 대한 직선 l_t의 교점을 $(X(t), Y(t))$라고 하면, 점 $\left(\lim_{t\to a}X(t), \lim_{t\to a}Y(t)\right)$는 곡선 C 위에 놓이게 된다.



<그림 3>

직선 l_a와 l_t의 식을 연립하여 $X(t)$를 구하면 $X(t)=t+a-10$이므로

$$\lim_{t\to a}X(t)=2a-10$$

이고, 점 $(X(t), Y(t))$가 직선 l_a의 식을 만족한다는 사실로부터

$$\lim_{t\to a}Y(t)=\frac{a-5}{5}\lim_{t\to a}X(t)+\frac{10a-a^2}{5}$$

$$=\frac{a-5}{5}(2a-10)+\frac{10a-a^2}{5}=\frac{a^2-10a+50}{5}$$

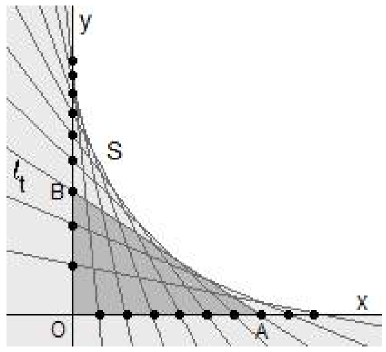
이다. 따라서 관계식 $x=2a-10$, $y=\frac{1}{5}a^2-2a+10$에서 a를 소거하여 곡선 C의 식을 구하면 다음과 같은 포물선의 방정식을 얻는다.

$$C:\ y=\frac{1}{20}x^2+5$$

(나) t가 $0<t<10$인 실수일 때, xy평면 위의 두 점 $A(10-t,0)$, $B\left(0,\dfrac{20t}{10+t}\right)$와 원점 O를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB는 둘레의 길이가 일정하다는 특성을 갖는다.
이때 두 점 A, B를 연결하는 직선을 l_t라고 하면

$$l_t:\ y=-\frac{20t}{(10-t)(10+t)}x+\frac{20t}{10+t}$$

이다. <그림 4>는 $t=1,2,\cdots,9$에 대하여 직선 l_t를 그린 것이다. 직선 l_t를 $0<t<10$인 모든 실수 t에 대하여 그려 만든 영역의 경계를 이루는 곡선을 S라고 하자. (단, 곡선 S는 제1사분면에 있다.)



<그림 4>

$0<a<10$인 각 실수 a에 대하여 직선

$$l_a:\ y=-\frac{20a}{(10-a)(10+a)}x+\frac{20a}{10+a}$$

와 $t\neq a$인 실수 t에 대한 직선 l_t의 교점을 $(X(t),\,Y(t))$라고 하면, 점 $\left(\lim_{t\to a}X(t),\,\lim_{t\to a}Y(t)\right)$는 곡선 S 위에 놓이게 된다.

직선 l_a와 l_t의 식을 연립하여 풀면 $X(t)=\dfrac{10(10-a)(10-t)}{100+at}$이므로

$$\lim_{t\to a}X(t)=\frac{10(10-a)^2}{100+a^2}$$

$$\lim_{t\to a}Y(t)=-\frac{20a}{(10-a)(10+a)}\lim_{t\to a}X(t)+\frac{20a}{10+a}=-\frac{200a(10-a)}{(10+a)(100+a^2)}+\frac{20a}{10+a}=\frac{20a^2}{(100+a^2)}$$

이다. 따라서 $x=\dfrac{10(10-a)^2}{100+a^2}$, $y=\dfrac{20a^2}{100+a^2}$로 두면 (x,y)는 곡선 S 위의 점이다.

이때 $x-10=-\dfrac{200a}{100+a^2}$, $y-10=\dfrac{10(a^2-100)}{100+a^2}$이므로 다음 식이 성립한다.

$$(x-10)^2+(y-10)^2=\frac{(200a)^2}{(100+a^2)^2}+\frac{100(a^2-100)^2}{(100+a^2)^2}=\frac{100(400a^2+(a^2-100)^2)}{(100+a^2)^2}=\frac{100(a^2+100)^2}{(100+a^2)^2}=100$$

그러므로 곡선 S 위의 점 (x,y)가 만족하는 식은 $(x-10)^2+(y-10)^2=100$이다.

<문제 3> [제시문 2]의 (나)에서 t가 $0<t<10$인 실수일 때, 두 점 $A(10-t,0)$, $B\left(0,\dfrac{20t}{10+t}\right)$와 원점 O를 꼭짓점으로 하는 삼각형OAB의 둘레의 길이 $\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AB}$를 구하여, 이 값이 t에 의존하지 않고 일정함을 보이시오.

<문제 4> t가 실수일 때, xy평면 위의 두 점 $(t,2t-2)$와 $(t-1,-2t)$를 연결하는 직선 l_t의 방정식을 구하고, 이 직선들로 만들어지는 영역의 경계를 이루는 곡선 C의 식을 구하는 과정과 결과를 서술하시오.

<문제 5> t가 $0<t<1$인 실수일 때, xy평면 위의 두 점 $A(2-t,2)$, $B\left(1,\dfrac{2}{1+t}\right)$를 연결하는 직선 l_t의 방정식을 구하고, 이 직선들로 만들어지는 영역의 경계를 이루는 곡선 S 위의 점 (x,y)가 만족하는 식을 구하는 과정과 결과를 서술하시오. (단, 곡선 S 위의 점 (x,y)는 $1<x<2$, $1<y<2$인 범위 안에 있다.)

자연계(3교시) 논술
출제의도 및 문제해설

[출제 의도]

본교의 2013년 수시 1차 모집 자연계 논술고사는 고등학교 과정을 이수한 학생이 주어진 제시문을 읽고 이해하여 이를 바탕으로 해결할 수 있는 문제들을 다루고 있다. 주어진 제시문을 분석하여 수학적 기본 개념과 과학적 원리를 이해하고, 이를 바탕으로 개념과 원리를 적용하여 현상 및 도표를 분석하는 능력과 논리적으로 설명하는 능력을 평가하는 것이 본교 논술고사의 출제의도이다.

[제시문 1]은 자연현상에서 관찰되는 확산에 대한 정의, 확산 속도, 확산되는 물질의 양, 확산에 미치는 요인들에 대한 설명을 하고 있다. 또한 정교하게 구성된 생물체에도 확산이라는 자연의 힘이 배아 발생과정 중의 형태형성에 적용됨을 설명하고 있다. 확산과 관련된 분자 운동과 분자의 이동 방향을 결정하는 요인들, 확산 속도를 결정하는 요인들, 배아 발생과정 중에 형태형성인자의 확산에 대한 제시문의 설명을 이해하고, 이를 적용하여 문제를 해결하고 논리적으로 서술하는 능력을 살피고자 한다.

[제시문 2]는 평면에 특정한 규칙을 따라 많은 직선 또는 선분을 그릴 때, 그 직선들이 만드는 영역의 경계가 곡선이 되는 경우 이 곡선의 식을 찾는 과정을 설명하고 있다. 이 과정은 평면에 그려진 직선들이 그 경계 곡선에 접한다는 기하학적 원리에 바탕을 두고 있다. 직선, 포물선, 원의 방정식과 함수의 극한을 이용하여 경계 곡선의 식을 구하는 방법에 대한 제시문의 설명을 이해하고, 이를 적용하여 문제를 해결하고 논리적으로 서술하는 능력을 살피고자 한다.

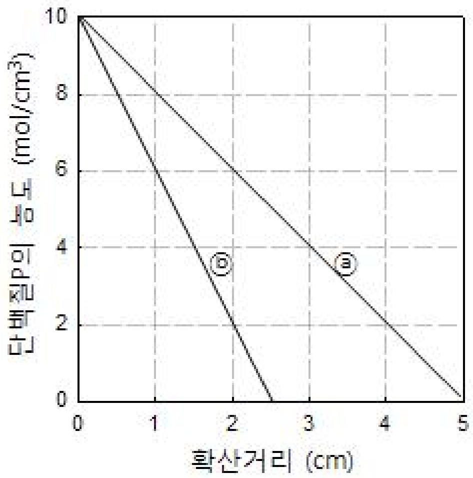
[문제 해설]

[문제 1 풀이]

<문제 1>은 [제시문 1]의 (가)에서 설명한 확산현상의 기본 원리를 이해하는지를 살펴보고자 하는 문제이다.

물질이 확산되어 이동할 때 단위면적당 주어진 시간동안 이동한 양을 나타내는 물질흐름속도(J)는 주어진 조건에서의 확산계수(D)와 농도기울기($\frac{dC}{dx}$)에 따라 정해지는 값이다. 확산계수(D)는 온도, 확산매개체의 성질, 확산물질의 분자량 등에 의하여 정해지는 값이고, 농도기울기($\frac{dC}{dx}$)는 확산거리(x)에 따른 확산물질의 농도(C) 변화값이다. 확산현상을 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$J = -D\frac{dC}{dx}$$



1) ⓐ 경우의 조건으로부터 단백질P의 확산계수(D)를 구한다.

문제에서 주어진 물질흐름속도(J) 값과 그림에서 유추한 농도기울기($\frac{dC}{dx}$) 값을 $J = -D\frac{dC}{dx}$ 식에 대입하여 확산계수(D)를 구할 수 있다.

그림의 ⓐ 경우에서 농도기울기는 확산거리에 따른 단백질P의 농도 변화값이므로 $\frac{\text{단백질}P\text{의 농도변화값}}{\text{확산거리}}$ 식을 이용하여 확산거리 0 cm에서 2 cm 사이의 단백질P 농도 변화값을 계산하여 농도기울기를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{6\,mol/cm^3 - 10\,mol/cm^3}{2\,cm - 0\,cm} = \frac{-4\,mol/cm^3}{2\,cm} = -2\,mol/cm^4$$

ⓐ 경우 농도기울기 $\frac{dC}{dx} = -2\,mol/cm^4$

문제에서 주어진 물질흐름속도(J) 값 10 mol/초·cm^2 과 그림에서 유추한 농도기울기($\frac{dC}{dx}$) 값 -2 mol/cm^4 을 $J = -D\frac{dC}{dx}$ 식에 대입하여 확산계수(D)를 구하면 다음과 같다.

$10\,mol/\text{초} \bullet cm^2 = -D \times (-2\,mol/cm^4)$

$D = 5\,cm^2/\text{초}$

∴ 단백질P의 확산계수 $D = 5\,cm^2/\text{초}$

2) ⓑ 경우일 때 물질흐름속도를 구하고자 한다.

물질흐름속도(J)는 확산계수(D)와 농도기울기($\frac{dC}{dx}$)를 구하고 $J = -D\frac{dC}{dx}$ 식에 대입하여 구할 수 있다.

문제에서 확산계수(D)는 ⓐ 경우에서 구한 값과 같다고 가정하였으므로 그 값은 다음과 같다.

$\text{확산계수}\,(D) = 5\,cm^2/\text{초}$

그림의 ⓑ 경우에서 농도기울기는 확산거리에 따른 단백질P의 농도 변화값이므로 $\frac{\text{단백질}P\text{의 농도변화값}}{\text{확산거리}}$ 식을 이용하여 확산거리 0 cm에서 2 cm 사이의 단백질P 농도 변화값을 계산하여 농도기울기를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{2\,mol/cm^3 - 10\,mol/cm^3}{2\,cm - 0\,cm} = \frac{-8\,mol/cm^3}{2\,cm} = -4\,mol/cm^4$$

즉 ⓑ 경우 농도기울기는 $\frac{dC}{dx} = -4\,mol/cm^4$ 이다.

확산계수(D)와 농도기울기($\frac{dC}{dx}$)를 $J = -D\frac{dC}{dx}$ 식에 대입하여 물질흐름속도(J)를 구하면 다음과 같다.

$$J = -D\frac{dC}{dx} = (-5\,cm^2/\text{초}) \times (-4\,mol/cm^4) = 20\,mol/\text{초} \bullet cm^2$$

∴ ⓑ 경우일 때 물질흐름속도 $J = 20\,mol/\text{초} \bullet cm^2$

[문제 2 풀이]
정상적인 형태형성과정에 대한 정보로 제시문은 확산이라는 자연현상, 확산과 관련된 물리화학적 특성, 형태형성인자의 농도에 따라 다르게 발현하는 유전자 군 등에 의해 형태형성이 진행된다는 정보를 주고 있다. 따라서 이러한 형태형성에 있어서의 변화된 원인이 확산과 관련된 물리화학적 특성 (가), 형태형성인자의 농도 (나), 그리고 더 나아가 세포외 기질과 같은 세포사이에 존재하는 물질의 물성 변화 등에 기인한다는 것을 찾아서 어떻게 논리적으로 서술하였는가를 평가하여 수학능력을 알아보고자 한다.

<정상발생 결과 및 어떤 조건에서 배양한 결과의 비교 해석>

결과 및 해석

-정상 발생에서는 신장 형성 관련 신호 반응 0-6, 등쪽 근육 형성 관련 신호 반응 6-9, 척삭 형성 관련 신호 반응 9-10임.

-어떤 조건에서 배양한 결과에서는 신장 형성 관련 신호 반응 0-3, 등쪽 근육 형성 관련 신호 반응 3-6.5, 척삭 형성 관련 신호 반응 6.5-10임.

즉,

- 신장 형성 관련 신호 반응 구간이 반으로 줄어들었음
- 등 쪽 근육 형성 관련 신호 반응 구간의 변화는 없으나 정상발생 배아에 비해 배 쪽으로 치우쳐 있음
- 척삭 형성 관련 신호 반응 구간이 3.5배 늘어남.

<결과분석을 통한 가능한 원인 분석>

- 정상적인 형태형성 결과와 다른 것은 형태형성인자에 반응하는 세포들이 정상과는 다른 유전자 군을 발현함.
- 결과적으로 형태형성인자들의 부위별 농도가 달라져 형성되는 조직 또는 기관이 달라짐.

<제시문에 나타난 형태형성인자의 확산 속도, 확산 양, 조직 또는 기관 분화에 영향을 미치는 요인들>

- 형태형성인자의 확산에 미치는 제시문에 나타난 요인들
  ① 대상 물질(분자)의 농도기울기 (두 장소 간 특정 물질의 농도 차)
  ② 대상 물질(분자)의 무작위 운동 정도와 분자 간 충돌 횟수 및 정도
  ③ 확산 조건; 온도, 분자량, 확산 매개체 등
  ④ 확산 거리
  ⑤ 경계면의 특성
- 특정 조직이나 기관의 형태형성 요인
  ① 확산에 의한 형태형성인자의 농도에 의한 특정 유전자 군의 발현 여부
  ② 형태형성인자의 확산 속도
  ③ 세포사이액의 조성
  ④ 세포외기질
  ⑤ 확산 속도에 따른 형태형성인자의 조성 농도
  ⑥ 상반적 기능을 담당하는 형태형성인자들의 확산 정도에 따른 조성농도의 변화

<따라서 결론적으로 그 가능한 구체적 원인들을 나열해 보면>

: 배 쪽이 될 부위에서 분비되는 형태형성인자의 분비량이 줄어들어 확산 속도와 특정 위치에 존재하는 농도가 정상군에 비하여 떨어짐.

: 배 쪽이 될 부위에서 분비되는 형태형성인자의 분비량에는 문제가 없으나 확산 속도에 영향을 미치는 요인들이 변하여 확산 속도가 늦어짐으로 인해 신장으로 분화될 위치의 농도가 낮아져서 신장이 되지 않고 등 쪽 근육이 됨.

: 등 쪽이 될 부위에서 분비되는 형태형성인자의 분비량이 많아져 확산 속도와 특정 위치에 존재하는 농도가 정상군에 비하여 높아짐.

: 등 쪽이 될 부위에서 분비되는 형태형성인자의 분비량에는 문제가 없으나 확산 속도에 영향을 미치는 요인들이 변하여 확산 속도가 빨라짐으로 인해 척삭 근위부에 접한 등 쪽 근육이 될 부위에 농도가 높아져 척삭으로 됨.

: 배 쪽 또는 등 쪽이 될 부위에서 분비되는 형태형성인자의 확산속도 변화 (예, 형태형성인자에 결합할 수 있는 분자 생합성 등)

이 이외에서 여러 가지가 있을 수 있겠다.

이를 i)확산의 물리적, 화학적 근거를 들어, ii) 생물학적 근거를 들어 통합적으로, 또 논리적으로 전개하기를 원함.

[문제 3 풀이]

$$\begin{aligned}
\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AB} &= (10-t)+\frac{20t}{10+t}+\sqrt{(10-t)^2+\left(\frac{20t}{10+t}\right)^2} \\
&= (10-t)+\frac{20t}{10+t}+\frac{1}{10+t}\sqrt{(10-t)^2(10+t)^2+400t^2} \\
&= (10-t)+\frac{20t}{10+t}+\frac{1}{10+t}\sqrt{(100-t^2)^2+400t^2} \\
&= (10-t)+\frac{20t}{10+t}+\frac{1}{10+t}\sqrt{(100+t^2)^2} \\
&= (10-t)+\frac{20t}{10+t}+\frac{100+t^2}{10+t} \\
&= (10-t)+\frac{(10+t)^2}{10+t} \\
&= (10-t)+(10+t) \\
&= 20
\end{aligned}$$

[문제 4 풀이]

$$l_t: \ y = (4t-2)(x-t) + 2t - 2$$
$$= (4t-2)x - 4t^2 + 4t - 2$$

이므로 l_t의 방정식은 $y = 2(2t-1)x - 2(2t^2 - 2t + 1)$ 이다.

각 실수 a에 대하여 직선

$$l_a: \ y = 2(2a-1)x - 2(2a^2 - 2a + 1)$$

과 $t \neq a$인 실수 t에 대한 직선 l_t의 교점을 $(X(t), Y(t))$라고 하면, 점 $\left(\lim_{t \to a} X(t), \lim_{t \to a} Y(t)\right)$는 곡선 C 위에 놓이게 된다.

직선 l_a와 l_t의 식을 연립하여 $X(t)$를 구하면 $X(t) = a + t - 1$ 이므로

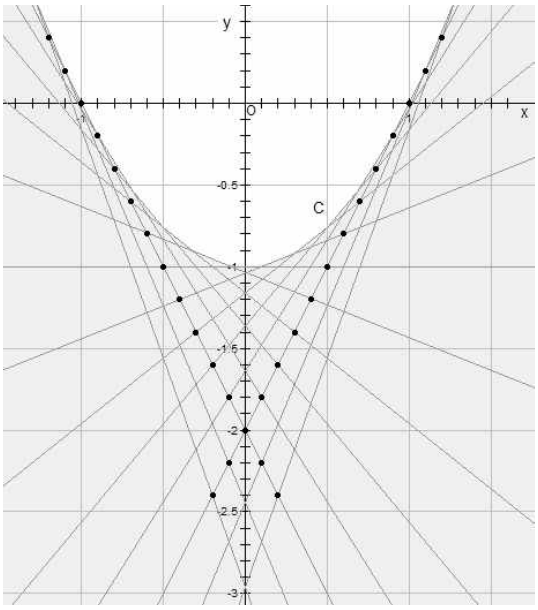
$$\lim_{t \to a} X(t) = 2a - 1$$

이고, 점 $(X(t), Y(t))$가 직선 l_a의 식을 만족한다는 사실로부터

$$\lim_{t \to a} Y(t) = 2(2a-1) \lim_{t \to a} X(t) - 2(2a^2 - 2a + 1) = 2(2a-1) \times (2a-1) - 2(2a^2 - 2a + 1)$$
$$= 4a^2 - 4a$$

이다. 따라서 관계식 $x = 2a - 1$, $y = 4a^2 - 4a$ 에서 a를 소거하여 곡선 C의 식을 구하면 다음과 같은 포물선의 방정식을 얻는다.

$$C: \ y = x^2 - 1$$



[문제 5 풀이]

$$l_t: \ y = \frac{2-\frac{2}{1+t}}{1-t}(x-1)+\frac{2}{1+t}$$

$$= \frac{2t}{(1-t)(1+t)}(x-1)+\frac{2}{1+t}$$

$$= \frac{2t}{(1-t)(1+t)}x+\frac{-2t+2(1-t)}{(1-t)(1+t)}$$

따라서 l_t의 방정식은 $y=\frac{2t}{1-t^2}x+\frac{2(1-2t)}{1-t^2}$ 이다.

$0<a<1$인 각 실수 a에 대하여 직선

$$l_a: \ y=\frac{2a}{1-a^2}x+\frac{2(1-2a)}{1-a^2}$$

와 $t \neq a$인 실수 t에 대한 직선 l_t의 교점을 $(X(t), Y(t))$라고 하면, 점 $\left(\lim_{t\to a}X(t), \lim_{t\to a}Y(t)\right)$는 곡선 S 위에 놓이게 된다.

직선 l_a와 l_t의 식을 연립하여 풀면 $X(t)=\frac{2-a-t+2at}{1+at}$ 이므로

$$\lim_{t\to a}X(t) = \frac{2(1-a+a^2)}{1+a^2},$$

$$\lim_{t\to a}Y(t) = \frac{2a}{1-a^2}\lim_{t\to a}X(t)+\frac{2(1-2a)}{1-a^2} = \frac{2a}{1-a^2}\times\frac{2(1-a+a^2)}{1+a^2}+\frac{2(1-2a)}{1-a^2} = \frac{2}{1+a^2}$$

이다. 따라서 $x=\frac{2(1-a+a^2)}{1+a^2}$, $y=\frac{2}{1+a^2}$ 로 두면 (x, y)는 곡선 S 위의 점이다.

이때 $x-2=\frac{2(1-a+a^2)}{1+a^2}-2=\frac{-2a}{1+a^2}$, $\quad y-1=\frac{2}{1+a^2}-1=\frac{1-a^2}{1+a^2}$ 이므로

$$(x-2)^2+(y-1)^2=\frac{4a^2}{(1+a^2)^2}+\frac{(1-a^2)^2}{(1+a^2)^2}=\frac{(1+a^2)^2}{(1+a^2)^2}=1$$

이 성립한다. 그러므로 곡선 S 위의 점 (x, y)가 만족하는 식은 $(x-2)^2+(y-1)^2=1$ 이다.